



Analiza modalna prostego układu sprężystego, oraz interpretacja otrzymanych wyników.

mgr inż. Paweł E. Okroj
WIBRO-PROJEKT



AGENDA

- CEL WYSTĄPIENIA
- OPIS MODELU ROZWAŻANEGO UKŁADU SPRĘŻYSTEGO
- WYNIKI LICZBOWE NUMERYCZNEJ ANALIZY MODALNEJ
- WYNIKI GRAFICZNE NUMERYCZNEJ ANALIZY MODALNEJ
- INTERPRETACJA PEŁNYCH WYNIKÓW ANALIZY MODALNEJ
- PODSUMOWANIE

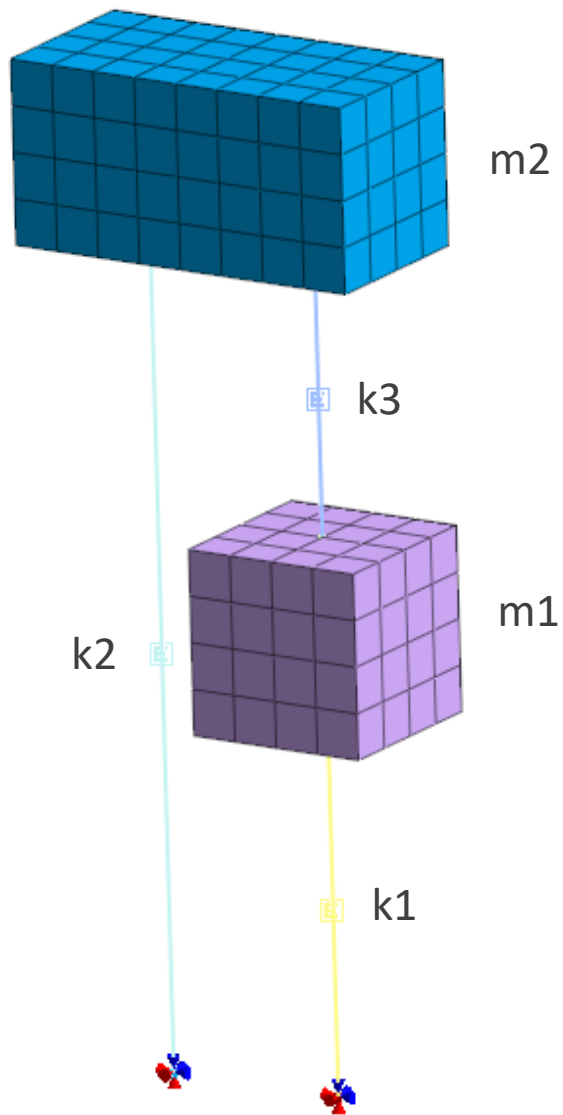
CEL WYSTĄPIENIA

- PRZEDSTAWIENIE ZAKRESU KONIECZNYCH WYNIKÓW ANALIZY MODALNEJ PROSTEGO UKŁADU SPRĘŻYSTEGO, ORAZ ICH INTERPRETACJA.
 - CELEM ANALIZY MODALNEJ JEST WERYFIKACJA PRAWIDŁOWEGO ROZKŁADU MAS W UKŁADZIE I SPECYFIKACJA JEGO PODSTAWOWYCH DRGAŃ.
 - POD OKREŚLENIEM „UKŁAD SPRĘŻYSTY” ROZUMIEĆ MOŻNA ZESPÓŁ WIBROIZOLATORÓW OBCIĄŻONY MASAMI, ALE TAKŻE FUNDAMENT OPARTY NA GRUNCIE, LUB NA STROPIE.
 - ANALIZA DYNAMICZNA ISTNIEJĄCEGO, LUB TEŻ PROJEKTOWANEGO UKŁADU SPRĘŻYSTEGO, OBCIĄŻONEGO BIERNIE, LUB CZYNNIE W SPOSÓB ZMIENNY W CZASIE, NIE MOŻE BYĆ PROWADZONA BEZ JEGO DIAGNOZY, REALIZOWANEJ CO NAJMNIJ W TRYBIE ANALIZY MODALNEJ. NALEŻY TUTAJ PODKREŚLIĆ, ŻE POMINIĘCIE JEJ, JEST ZGODNIE Z AKTUALNĄ LITERATURĄ, NIEDOPUSZCZALNE.
- OCENA MOŻLIWOŚCI PROGRAMU MIDAS GTS NX W ZAKRESIE POZYSKANIA KONIECZNYCH WYNIKÓW ANALIZY MODALNEJ DOWOLNEGO UKŁADU SPRĘŻYSTEGO, ORAZ MOŻLIWOŚCI ICH WŁAŚCIWEJ INTERPRETACJI.

OPIS MODELU ROZWAŻANEGO UKŁADU SPRĘŻYSTEGO (1 z 2).

- W NINIEJSZYCH ROZWAŻANIACH ZAPROPONOWANO ANALIZĘ UKŁADU DWÓCH MAS PODPARTYCH NIESYMETRYCZNIE, NA TRZECH LINIOWYCH ELEMENTACH SPRĘŻYSTYCH.
- MOCOWANIE UKŁADU DO PODŁOŻA JEST SZTYWNE.
- W RAMACH OBCIĄŻEŃ, DLA UŁATWIENIA ROZWAŻAŃ UWZGLĘDNIONO TYLKO CIĘŻAR WŁASNY MAS.
- TŁUMIENIE W UKŁADZIE POMINIĘTO.
- ZAPLANOWANO PRZEPROWADZENIE PEŁNEJ ANALIZY MODALNEJ UKŁADU W ZAKRESIE DRGAŃ PIONOWYCH.
 - UWAGA. ZBUDOWANO MODEL NUMERYCZNY 3D DOPUSZCZAJĄC ANALIZĘ PRZESTRZENNĄ, JAKKOLWIEK DLA POTRZEBY NINIEJSZYCH OBLICZEŃ, INNE NIŻ PIONOWY KIERUNKI PRZEMIESZCZEŃ MAS, ZOSTAŁY WYBLOKOWANE.
- ZAPLANOWANO INTERPRETOWAĆ WYNIKI NUMERYCZNE, WSPOMAGAJĄC SIĘ INTERPRETACJĄ WYNIKÓW ANALITYCZNYCH.

OPIS MODELU ROZWAŻANEGO UKŁADU SPRĘŻYSTEGO (2 z 2).



MASA.

$$m1 = 2.0 \text{ kg}$$

$$m2 = 1.0 \text{ kg}$$

SPRĘŻYSTOŚĆ.

$$k1 = 1000 \text{ N/m}$$

$$k2 = 2000 \text{ N/m}$$

$$k3 = 3000 \text{ N/m}$$

TŁUMIENIE – POMINIĘTO.

OBCIĄŻENIE ZEWNĘTRZNE – POMINIĘTO.

WYNIKI LICZBOWE NUMERYCZNEJ ANALIZY MODALNEJ (1 z 2).

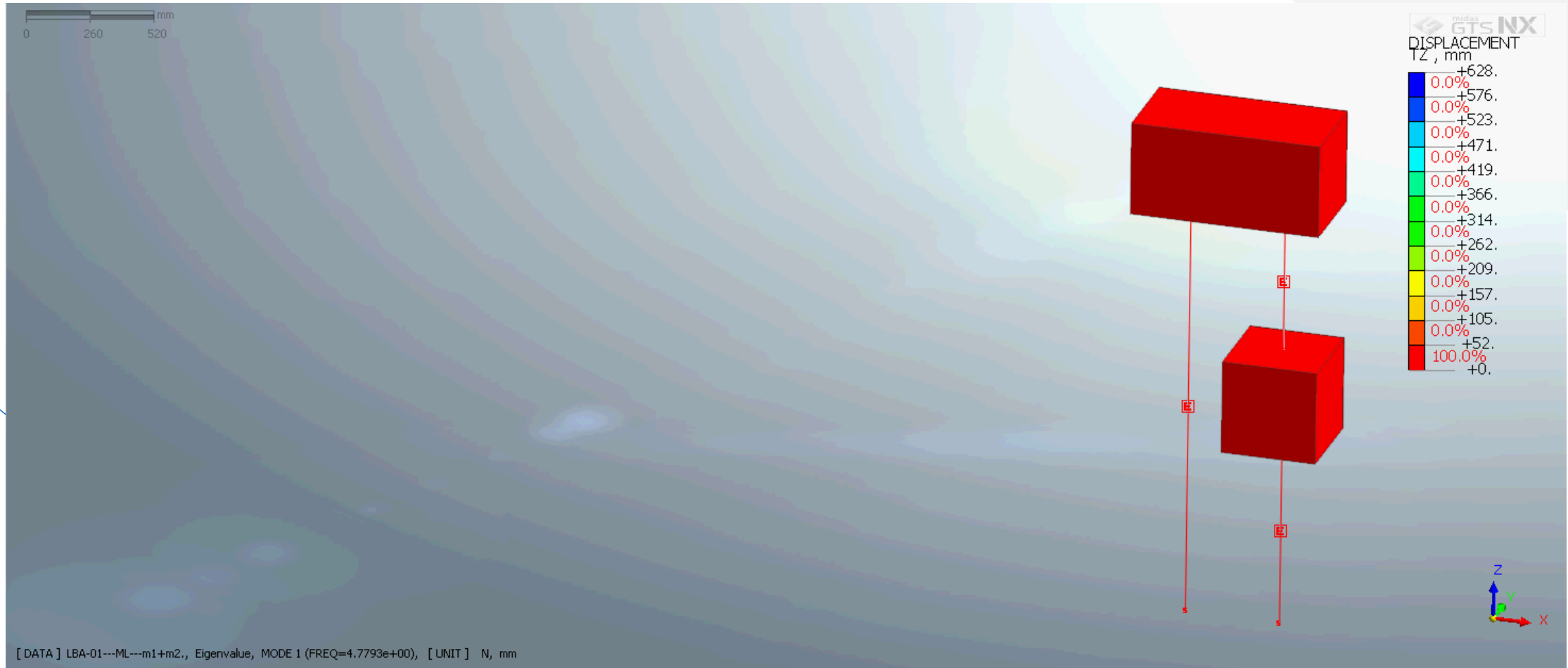
- KOLEJNA STRONA PRZEDSTAWIA WYNIKI ANALIZY MODALNEJ PODANEGO UKŁADU.
- ZGODNIE ZE ZAŁOŻENIEM PRZEDSTAWIONYM NA WSTĘPIE, ANALIZUJEMY TUTAJ TYLKO POSTACIE PIONOWE, MARKOWANE NA NASTĘPNEJ STRONIE RAMKĄ.
- WYNIKI PREZENTOWANE SĄ W 5-CIU TABELACH.
 - PIERWSZA TABELA PRZEDSTAWIA SPECYFIKACJĘ KOLEJNYCH POSTACI DRGAŃ WŁASNYCH: „EIGENVALUE”-WARTOŚCI WŁASNE , „RADIANS”-CZĘSTOŚCI KOŁOWE , „CYCLES”-CZĘSTOTLIWOŚCI , „PERIOD”-OKRES DRGAŃ.
 - KOLEJNE CZTERY TABELY SPECYFIKUJĄ PARAMETRY MASOWE OBLICZONYCH POSTACI W TRZECH KIERUNKACH LINIOWYCH I W TRZECH KIERUNKACH OBROTOWYCH, WYRAŻONYCH JAKO UOGÓLNIONE: „MODAL EFFECTIVE MASS”-LICZBOWE WARTOŚCI POSZCZEGÓLNYCH, ORAZ ŁĄCZNEJ MASY MODALNEJ, „PERCENTAGE MODAL EFFECTIVE MASS”-PROCENTOWE WARTOŚCI POSTACIOWYCH POSZCZEGÓLNYCH, ORAZ ŁĄCZNEJ MASY MODALNEJ, „MODAL DIRECTION FACTOR”-PROCENTOWE WARTOŚCI POSZCZEGÓLNYCH KIERUNKOWYCH MAS MODALNYCH I „MODAL PARTICIPATION FACTOR”-BEZWYMIAROWY WSPÓŁCZYNNIK UDZIAŁU MAS MODALNYCH (DLA KOMPLETU MAS KAŻDEJ POSTACI).

WYNIKI LICZBOWE NUMERYCZNEJ ANALIZY MODALNEJ (2 z 2).

REAL EIGENVALUES						
MODE NUMBER	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS
1	9.017684e+002	3.002946e+001	4.779337e+000	2.092340e-001	1.000000e+000	9.017070e+002
2	6.098671e+003	7.809399e+001	1.242904e+001	8.045674e-002	1.000000e+000	6.098382e+003
MODAL EFFECTIVE MASS						
MODE NUMBER	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	0.000000e+000	0.000000e+000	2.943455e+000	0.000000e+000	5.033389e-004	0.000000e+000
2	0.000000e+000	0.000000e+000	5.663179e-002	0.000000e+000	2.616120e-002	0.000000e+000
TOTAL	0.000000e+000	0.000000e+000	3.000087e+000	0.000000e+000	2.666454e-002	0.000000e+000
TOTAL IN MODEL	3.000087e+000	3.000087e+000	3.000087e+000	7.466157e-001	8.132727e-001	1.466593e-001
PERCENTAGE MODAL EFFECTIVE MASS						
MODE NUMBER	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	0.00%	0.00%	98.11%	0.00%	0.06%	0.00%
2	0.00%	0.00%	1.89%	0.00%	3.22%	0.00%
TOTAL	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	3.28%	0.00%
MODAL DIRECTION FACTOR						
MODE NUMBER	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	0.00%	0.00%	99.98%	0.00%	0.02%	0.00%
2	0.00%	0.00%	68.40%	0.00%	31.60%	0.00%
MODAL PARTICIPATION FACTOR						
MODE NUMBER	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	0.000000e+000	0.000000e+000	1.715650e+000	0.000000e+000	-2.243522e-002	0.000000e+000
2	0.000000e+000	0.000000e+000	2.379743e-001	0.000000e+000	1.617442e-001	0.000000e+000

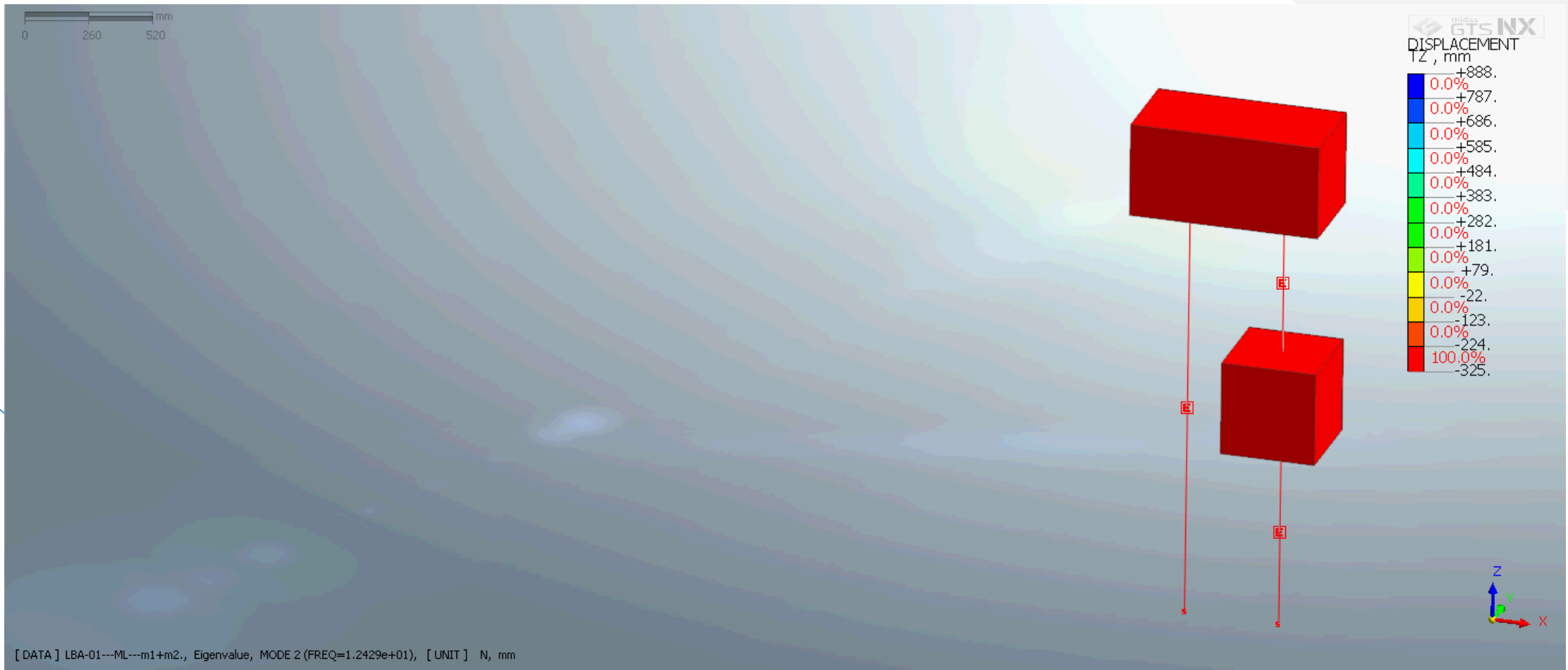
WYNIKI GRAFICZNE NUMERYCZNEJ ANALIZY MODALNEJ (1 z 2).

POSTAĆ DRGAŃ 1: 4.78 Hz (DOLNY PRZYCISK „ODTWÓRZ”, UAKTYWNIĄ DRGANIA).



WYNIKI GRAFICZNE NUMERYCZNEJ ANALIZY MODALNEJ (2 z 2).

POSTAĆ DRGAŃ 2: 12.43 Hz (DOLNY PRZYCISK „ODTWÓRZ”, UAKTYWNIĄ DRGANIA).



INTERPRETACJA PEŁNYCH WYNIKÓW ANALIZY MODALNEJ (1 z 6).

- DRGANIA SWOBODNE (NIETŁUMIONE) OPISANE SĄ RÓWNANIEM RÓWNOWAGI DYNAMICZNEJ WE FORMIE: $B \ddot{y}(t) + K y(t) = 0$, PRZY CZYM:
 - B MACIERZ BEZWŁADNOŚCI.
 - K MACIERZ SZTYWNOŚCI.
 - $\ddot{y}(t)$ PRZYSPIESZENIE PUNKTU WE WSPÓŁRZĘDNYCH UGÓLNIIONYCH.
 - $y(t)$ PRZEMIESZCZENIE PUNKTU WE WSPÓŁRZĘDNYCH UOGÓLNIIONYCH.
- PO UWZGLĘDNIENIU WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH RUCHU OTRZYMUJEMY RÓWNANIE: $(K - \omega^2 B)W = 0$. JEGO ROZWIĄZANIE PROWADZI DO RÓWNANIA WIELOMIANOWEGO STOPNIA „n” ZE WZGLĘDU NA ω , O NASTĘPUJĄCYCH PIERWIASTKACH: $\omega\omega_1 = \omega_1^2, \omega\omega_2 = \omega_2^2, \dots, \omega\omega_n = \omega_n^2$.
- WYŻEJ WYLICZONE PIERWIASTKI RÓWNANIA: $\omega\omega_1, \omega\omega_2, \omega\omega_n$ SĄ WARTOŚCIAMI WŁASNYMI („EIGENVALUE”). JEST ICH TYLE, ILE STOPNI SWÓBODY DYNAMICZNEJ „n” UKŁADU. DODATKOWO, SĄ ONE KWADRATAMI CZĘSTOŚCI KOŁOWYCH DRGAŃ WŁASNYCH $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ („RADIANNS”) UKŁADU.

INTERPRETACJA PEŁNYCH WYNIKÓW ANALIZY MODALNEJ (2 z 6).

- KAŻDEJ WARTOŚCI CZĘSTOŚCI KOŁOWEJ DRGAŃ WŁASNYCH $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, ODPOWIADA PARAMETR NADAJĄCY KSZTAŁT POSTACI WŁASNEJ, ZWANY WEKTOREM POSTACI DRGAŃ WŁASNYCH, LUB WEKTOREM WŁASNYM „w”. SĄ ONE, PO USTALENIU WARTOŚCI $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, WYLICZANE Z PODANEGO JUŻ RÓWNANIA $(K - \omega^2 B)W = 0$, A ICH PEŁNY ZBIÓR TWORZY MACIERZ WŁASNA „W”.
- ZNAJOMOŚĆ MACIERZY WŁASNEJ DAJE WIEDZĘ O KSZTAŁCIE POSZCZEGÓLNEJ POSTACI WŁASNEJ (SPRZĘŻONEJ Z PRZYPISANĄ JEJ KOŁOWĄ CZĘSTOŚCIĄ WŁASNA), A ZATEM O ZACHOWANIU SIĘ MAS TEJ POSTACI. W CELU UCYWILIZOWANIA ZBIORU WEKTOROW MACIERZY WŁASNEJ, PODDAWANE SĄ ONE NORMALIZACJI, STOSOWNIE DO WYMAGAŃ PROWADZĄCEGO ANALIZĘ.
 - W NINIEJSZYM PRZYKŁADZIE, W RAMACH OBLICZEŃ ANALITYCZNYCH OTRZYMANO WARTOŚCI LICZBOWE W KIERUNKU PIONOWYM, PO ICH NORMALIZACJI:
 - POSTAĆ 1 (4.78 Hz) → MASA m2: 0.73 [-]; MASA m1: 1.00 [-].
 - POSTAĆ 2 (12.43 Hz) → MASA m2: 1.00 [-]; MASA m1: -0.37 [-].

INTERPRETACJA PEŁNYCH WYNIKÓW ANALIZY MODALNEJ (3 z 6).

- DYSPONUJĄC WARTOŚCIAMI MACIERZY WŁASNEJ MOŻNA WYLICZYĆ WARTOŚĆ LICZBOWĄ ODPOWIEDNIKA PRACY WYKONANEJ PRZEZ KAŻDĄ MASĘ MODALNĄ, NA JEJ KAŻDYM MOŻLIWYM PRZEMIESZCZENIU, DLA KAŻDEJ POSTACI WŁASNEJ.
 - W NINIEJSZYM PRZYKŁADZIE, W RAMACH OBLICZEŃ ANALITYCZNYCH OTRZYMANO WARTOŚCI LICZBOWE W KIERUNKU PIONOWYM:
 - POSTAĆ 1 (4.78 Hz) → MASA m2: 4.51 [N] ; MASA m1: 12.36 [N].
 - Postać 2 (12.43 Hz) → MAS m2: 8.72 [N] ; MASA m1: -6.47 [N].
 - SUMA TYCH WARTOŚCI DLA KOMPLETU MAS MODALNYCH W KAŻDEJ POSTACI, UMOŻLIWIA PODANIE SUMY WARTOŚCI LICZBOWYCH ODPOWIEDNIKÓW PRAC WYKONANYCH NA KAŻDYM MOŻLIWYM PRZEMIESZCZENIU, DLA TEJ POSTACI.
 - W NINIEJSZYM PRZYKŁADZIE, W RAMACH OBLICZEŃ ANALITYCZNYCH OTRZYMANO WARTOŚCI LICZBOWE W KIERUNKU PIONOWYM:
 - POSTAĆ 1 (4.78 Hz) → MASA m2+m1: 16.87 [N] \approx 1.72 [kg].
 - POSTAĆ 2 (12.43 Hz) → MASA m2+m1: 2.25 [N] \approx 0.23 [kg].

INTERPRETACJA PEŁNYCH WYNIKÓW ANALIZY MODALNEJ (4 z 6).

- POSIADANIE POWYŻSZYCH WARTOŚCI LICZBOWYCH POZWALA NA OKREŚLENIE BEZWYMIAROWYCH WSPÓŁCZYNNIKÓW UDZIAŁU KOMPLETU MAS MODALNYCH W KAŻDEJ POSTACI („MODAL PARTICIPATION FACTOR”).
- WARTOŚCI POWYŻSZE SPECYFIKUJĄ UDZIAŁ KOMPLETU MAS MODALNYCH KAŻDEJ Z POSTACI NA JEJ KSZTAŁT I WARTOŚCI WYCHYLENIA MAS.
 - W NINIEJSZYM PRZYKŁADZIE, W RAMACH OBLICZEŃ ANALITYCZNYCH OTRZYMANO WARTOŚCI LICZBOWE W KIERUNKU PIONOWYM:
 - POSTAĆ 1 (4.78 Hz) → 1.72 [-].
 - POSTAĆ 2 (12.43 Hz) → 0.23 [-].

INTERPRETACJA PEŁNYCH WYNIKÓW ANALIZY MODALNEJ (5 z 6).

- OBECNIE MOŻNA PODAĆ: LICZBOWE WARTOŚCI POSZCZEGÓLNYCH I ŁĄCZNEJ MASY MODALNEJ („MODAL EFFECTIVE MASS”), PROCENTOWE WARTOŚCI POSTACIOWYCH POSZCZEGÓLNYCH I ŁĄCZNEJ MASY MODALNEJ („PERCENTAGE MODAL EFFECTIVE MASS”), PROCENTOWE WARTOŚCI POSZCZEGÓLNYCH KIERUNKOWYCH MAS MODALNYCH („MODAL DIRECTION FACTOR”).
 - W NINIEJSZYM PRZYKŁADZIE, W RAMACH OBLICZEŃ ANALITYCZNYCH OTRZYMANO LICZBOWE WARTOŚCI POSZCZEGÓLNYCH MAS MODALNYCH (MODAL EFFECTIVE MASS) W KIERUNKU PIONOWYM:
 - POSTAĆ 1 (4.78 Hz) → 2.96 [kg].
 - POSTAĆ 2 (12.43 Hz) → 0.05 [kg].
 - DOLICZENIE WSPOMNIANYCH POWYŻEJ WARTOŚCI ŁĄCZNEJ, ORAZ WARTOŚCI PROCENTOWYCH, JEST JUŻ TRYWIALNE.
- PORÓWNUJĄC PODANE W TABELACH PROGRAMU WYNIKI NUMERYCZNE Z ODPOWIADAJĄCYMI WYNIKAMI UZYSKANymi NA DRODZE ANALITYCZNEJ, WIDAĆ ICH ZGODNOŚĆ.

INTERPRETACJA PEŁNYCH WYNIKÓW ANALIZY MODALNEJ (6 z 6).

- PEŁNA WIEDZA O ZACHOWANIU MODALNYM UKŁADU WYMAGA, OPRÓCZ WYNIKÓW ZAMIESZCZONYCH W TABELACH PROGRAMU, TAKŻE ZNAJOMOŚCI KOMPLETU WEKTORÓW WŁASNYCH I BEZWYMIAROWYCH WSPÓŁCZYNNIKÓW UDZIAŁU KAŻDEJ Z MAS MODALNYCH, W DRGANIACH KAŻDEJ Z POSTACI. NIE SĄ ONE PODANE W TABELACH WYNIKÓW, JEDNAKŻE MOŻLIWIE JEST, PRZYKŁADOWO Z WYNIKÓW GRAFICZNYCH (DLA CIAŁ „SZTYWNYCH”), USTALENIE TYCH WARTOŚCI.
- DOTRZYMUJĄC KONSEKWENCJI W LOGICZNYM WYLICZANIU KOLEJNYCH ATRYBUTÓW MASOWYCH UKŁADU, MOŻE BYŁOBY KORZYSTNE W SPECYFIKACJI FINALNYCH TABEL W PROGRAMIE, NIECO PRZEFORMATOWAĆ ICH PORZĄDEK.
- PORÓWNUJĄC PODANE W TABELACH PROGRAMU WYNIKI NUMERYCZNE, Z ODPOWIADAJĄCYMI IM WYNIKAMI UZYSKANymi NA DRODZE ANALITYCZNEJ ZAUWAŻONO, ŻE SĄ ZE SOBĄ ZGODNE.

PODSUMOWANIE

- W RAMACH ANALIZY MODALNEJ ROZWAŻONO PROSTY UKŁAD SPRĘŻYSTY METODĄ NUMERYCZNĄ (MIDAS GTS NX) I W MOŻLIWYM ZAKRESIE, METODĄ ANALITYCZNĄ.
- OMÓWIONO, NIEZBĘDNE DLA ZROZUMIENIA PRACY UKŁADU, WYNIKI ANALIZY NUMERYCZNEJ, UŁATWIAJĄC ICH INTERPRETACJĘ ZAŁĄCZONĄ TEORIĄ, ORAZ PRZEDSTAWIENIEM LOGICZNEGO PRZEBIEGU WYTYPOWANYCH OBLICZEŃ, WSPOMNIANĄ METODĄ ANALITYCZNĄ.
- BAZUJĄC NA REALIZACJI POWYŻSZYCH ZAMIERZEŃ INFORMUJE SIĘ, ŻE PROGRAM MIDAS GTS NX POZWAŁA NA PEŁNĄ FUNKCJONALNOŚĆ W ZAKRĘSIE WŁAŚCIWEJ INTERPRETACJI WYNIKÓW ANALIZY MODALNEJ UKŁADÓW SPRĘŻYSTYCH. NALEŻY PRZY TYM WSPOMNIEĆ, ŻE CZĘŚĆ ISTOTNYCH INFORMACJI NIE JĘST WE FINALNYCH TABELACH WYNIKÓW W PROGRAMIE, PRZEKAZANA W SPOSÓB JAWNY. JEDNAKŻE MOŻLIWE JEST SAMODZIELNE ICH DOKOMPONOWANIE.



Dziękuję za uwagę.



Paweł Okroj 



601 064 858



biuro@wibro-projekt.com



www.wibro-projekt.com